輔仁管理評論
中華民國 90 年 9 月，第八卷第二期，25-46

顧客對產品屬性之偏好係數研究

李仁棻*．黃登源**
*高雄應用科技大學會計學系
**輔仁大學應用統計研究所

(收稿日期：89 年 1 月 31 日；第一次修正：89 年 9 月 26 日；
接受刊登日期：89 年 12 月 5 日)

摘要

聯合分析 (conjoint analysis) 主要是用來分解顧客在各種產品或服務屬性 (attribute) 水準組合上之整體反應以評估產品或服務之偏好結構的方法，本文主要在研究其理論依據，由於調查上的方便與可行性之考量，利用直交表 (orthogonal array) 設計建構 MANOVA 模型，其中之水準組合數宜儘量少。估計方法係採用動差法 (method of moments) 求出成份效用值之不偏估計量，並得到屬性之相對重要性。模型之合適性是由預測值 (predicted values) 與實際觀測值 (observations) 之相關係數 (Spearman ρ) 評估。本方法不僅要決定顧客對產品每一屬性偏好的相對重要性及成份效用值，還要了解各水準組合受歡迎的狀況，文中以某家電產品為例作為說明其用法。當屬性水準數相同時，則以上所得之結果與利用偏好係數計算公式所得到的結果是一樣的。本文主要目的在修改偏好係數計算方法，解決任何水準數目的直交設計問題。

關鍵詞彙：聯合分析，偏好係數，成份效用值，多變量變異數模型，動差法，不偏估計，Spearman ρ

壹．緒論

市場研究者經常要回答如下的問題：何種產品屬性 (因子) 對顧客而言是最喜愛的？產品屬性的何種水準是顧客心中最需要的？顧客需在產品的許多屬性的水準組合上作抉擇。聯合分析在發展產品設計上是一項有效的工具，可以了解每一位顧客對產品的屬性之偏好。

蒐集資料時，受訪者針對產品屬性之水準的不同組合依喜好加以排序 (ranking) 或給分數 (rating)。為了避免組合數太多而造成排序或給分數的困難，常使用直交部份因子設計，以最少的水準組合數的整體反應，評估每個組合的成份效用值 (utility score)，然後分解受訪者喜好的一特定水準組合中每一因子水準的重要性 (Green, Tull and Albaum, 1988)。文中首先建立多變量線性模型，再用動差法求成份效用值之不偏估計量，並計算產品屬性的重要性比

例, 以及經多變量線性模型之動差法估計所得的順序與實際觀測值的順序之關聯性, 了解其一致性, 作為評估模型合適性的依據。

貳．成份效用值之估計

因子之水準數相同與否, 將會影響估計方法, 因此分項說明。

一、各因子水準數相同

(一)成份效用值之估計

以某家電製造商為了解顧客購買電冰箱所考慮的因子之水準而做的調查來說明聯合分析的精神。假設顧客購買電冰箱所在意的主要屬性 (因子) 有三個：A、品牌；B、容量；C、價位。而每個因子又有 3 個水準, 分別是

A 品牌：	1. 國產	2. 美製	3. 亞洲其他
B 容量：	1. 200 公升以下	2. 200-400 公升	3. 400 公升以上
C 價位：	1. 20000 以下	2. 20000-30000	3. 30000 以上

這時, 總共有 27 種不同的組合。為了避免組合數太多而造成受訪者對不同組合依喜好加以排序或給分數時的困難, 此處採用直交部份因子設計, 如表一所示, 只需 9 種不同組合。可由統計軟體 SPSS/DATA/ORTHOGONAL DESIGN 所產生不同的直交表 (參考 SPSS, 1994 年) 中選擇適當的設計。令 (1,0), (0,1), (-1,-1) 分別代表第一、第二及第三水準, 滿足三水準和為 (0, 0) 之條件。

令 r_m 表示受訪者給表一中第 m 種組合的順序 (或分數), 若 r_m 的值越大表示越不喜歡該組合。表二為某受訪者 (甲君) 所給的順序 (或分數)。

表一　直交表設計

組合編號	品牌	容量	價位
1	亞洲其他 (-1,-1)	400 公升以上 (-1,-1)	20000 以下 (1,0)
2	國產 (1,0)	200-400 公升 (0,1)	30000 以上 (-1,-1)
3	亞洲其他 (-1,-1)	200 公升以下 (1,0)	30000 以上 (-1,-1)
4	國產 (1,0)	400 公升以上 (-1,-1)	20000-30000 (0,1)
5	美製 (0,1)	400 公升以上 (-1,-1)	30000 以上 (-1,-1)
6	亞洲其他 (-1,-1)	200-400 公升 (0,1)	20000-30000 (0,1)
7	美製 (0,1)	200-400 公升 (0,1)	20000 以下 (1,0)
8	美製 (0,1)	200 公升以下 (1,0)	20000-30000 (0,1)
9	國產 (1,0)	200 公升以下 (1,0)	20000 以下 (1,0)

表二　甲君對表一中 9 種組合所給的結果

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9
9	7	8	3	6	5	2	1	4

由表二可得知甲君購買電冰箱時最喜歡第 8 種水準組合 (美製品牌、冰箱容量為 200 公升以下、價格 2 萬至 3 萬元之間的冰箱)。

受訪者給各種組合的順序 (或分數) 與各因子之水準的關係，可用 MANOVA 模型來表示：

$$\underline{Y}_{9\times1} = X_{9\times7}\underline{\beta}_{7\times1} + \underline{\varepsilon}_{9\times1} \quad \textbf{(1)}$$

其中，$\underline{\beta}'_{7\times1}=[\mu, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2]$，$\mu$ 為總平均，a_i 為品牌的第 i 水準之成份效用值，滿足 $a_1+a_2+a_3=0$ 之限制；同樣地，b_j 為容量的第 j 水準之成份效用值，c_k 為價位的第 k 水準之成份效用值，滿足 $b_1+b_2+b_3=0$ 及 $c_1+c_2+c_3=0$ 之限制。

(1)式中 $\underline{Y}'_{9\times1}=[Y_{331}, Y_{123}, ..., Y_{111}]$，$Y_{ijk}$ 中第 1 個下標為對應品牌的水準，第 2 個下標對應容量的水準，第 3 個下標對應價位的水準。$Y_{ijk}=10-r_m$，這是將每個順序 (或分數) 用 10 來減，希望將值小轉為大，使值越大表示越喜歡，在解釋上比較方便。這時，甲君的資料為 $(Y_{331}, Y_{123}, Y_{313}, Y_{132}, Y_{233}, Y_{322}, Y_{221}, Y_{212}, Y_{111})$ =(1,3,2,7,4,5,8,9,6)。而 $\underline{\varepsilon}'_{9\times1}=[\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_9]$，其中 ε_m 為誤差項，並假設 $E(\underline{\varepsilon})=\underline{0}$，$Cov(\underline{\varepsilon})=\Sigma$。

令 $X_{9\times7}$ 為設計矩陣 (Design Matrix)，則表一中之直交表所對應的設計矩陣為

$$X_{9\times7}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & 0 \\ 1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & +1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & +1 \\ 1 & 0 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 \\ 1 & 0 & +1 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 1 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & +1 \\ 1 & +1 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

對應表一之第 1 種組合 (品牌：亞洲其他；容量：400 公升以上；價位：20000 以下) 可表示為：

$$Y_{331}=\mu+a_3+b_3+c_1+\varepsilon_1 \tag{2}$$

將(1)式展開，可得到(2)式的另一種表示方式

$$Y_{331}=\mu-a_1-a_2-b_1-b_2+c_1+\varepsilon_1 \tag{3}$$

這是因為 $a_1+a_2+a_3=0$、$b_1+b_2+b_3=0$ 及 $c_1+c_2+c_3=0$ 的緣故。

同樣地，其他的組合亦可表為：

$$Y_{123} = \mu + a_1 \quad + b_2 - c_1 - c_2 + \varepsilon_2$$

$$Y_{313} = \mu - a_1 - a_2 + b_1 \quad - c_1 - c_2 + \varepsilon_3$$

$$Y_{132} = \mu + a_1 \quad - b_1 - b_2 \quad + c_2 + \varepsilon_4$$

$$Y_{233} = \mu \quad + a_2 - b_1 - b_2 - c_1 - c_2 + \varepsilon_5$$

$$Y_{322} = \mu - a_1 - a_2 \quad + b_2 \quad + c_2 + \varepsilon_6$$

$$Y_{221} = \mu \quad + a_2 \quad + b_2 + c_1 \quad + \varepsilon_7$$

$$Y_{212} = \mu \quad + a_2 + b_1 \quad + c_2 + \varepsilon_8$$

$$Y_{111} = \mu + a_1 \quad + b_1 \quad + c_1 \quad + \varepsilon_9$$

以上模型由於調查上的方便與可行性之考量，所使用直交表設計中之組合數儘量少，MANOVA 模型之合適性是由預測值 (predicted values) 與實際觀測值 (observations) 之相關係數 (Spearman ρ) 得知。估計方法係採用動差法 (method of moments) 求出成份效用值之不偏估計量，並得到因子之相對重要性。

令 R ={(3,3,1),(1,2,3),(3,1,3),(1,3,2),(2,3,3),(3,2,2),(2,2,1),(2,1,2,),(1,1,1)}，

$$\overline{Y_{...}} = \frac{1}{9} \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad \overline{Y_{i..}} = \frac{1}{3} \sum_{\substack{j,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad \overline{Y_{.j.}} = \frac{1}{3} \sum_{\substack{i,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad \overline{Y_{..k}} = \frac{1}{3} \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk}$$

$$Y_{...} = \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad Y_{i..} = \sum_{\substack{j,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad Y_{.j.} = \sum_{\substack{i,k=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk} \qquad Y_{..k} = \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i,j,k)\in R}}^{3} Y_{ijk}$$

由於

$$E(Y_{331}) = \mu - a_1 - a_2 - b_1 - b_2 + c_1$$

$$E(Y_{123}) = \mu + a_1 \qquad + b_2 - c_1 - c_2$$

$$E(Y_{313}) = \mu - a_1 - a_2 + b_1 \qquad - c_1 - c_2$$

$$E(Y_{132}) = \mu + a_1 \qquad - b_1 - b_2 \qquad + c_2$$

$$E(Y_{233}) = \mu \qquad + a_2 - b_1 - b_2 - c_1 - c_2$$

$$E(Y_{322}) = \mu - a_1 - a_2 \qquad + b_2 \qquad + c_2$$

$$E(Y_{221}) = \mu \qquad + a_2 \qquad + b_2 + c_1$$

$$E(Y_{212}) = \mu \qquad + a_2 + b_1 \qquad + c_2$$

$$E(Y_{111}) = \mu + a_1 \qquad + b_1 \qquad + c_1$$

得

$$E\overline{Y}_{\ldots} = E\left(\frac{1}{9}\sum_R Y_{ijk}\right) = E\left[\frac{1}{9}(9\mu)\right] = \mu$$

$$E\overline{Y}_{1..} - E\overline{Y}_{\ldots} = E\left[\frac{1}{3}(Y_{123} + Y_{132} + Y_{111})\right] - \mu = \frac{1}{3}E(3\mu + 3a_1) - \mu = a_1$$

得 $\hat{\mu} = \overline{Y}_{\ldots}$， $\hat{a}_1 = \overline{Y}_{1..} - \overline{Y}_{\ldots}$，同理

$E\overline{Y}_{2..} - E\overline{Y}_{\ldots} = a_2$， $E\overline{Y}_{3..} - E\overline{Y}_{\ldots} = a_3$， $E\overline{Y}_{.1.} - E\overline{Y}_{\ldots} = b_1$， $E\overline{Y}_{.2.} - E\overline{Y}_{\ldots} = b_2$，

$E\overline{Y}_{.3.} - E\overline{Y}_{\ldots} = b_3$， $E\overline{Y}_{..1} - E\overline{Y}_{\ldots} = c_1$， $E\overline{Y}_{..2} - E\overline{Y}_{\ldots} = c_2$， $E\overline{Y}_{..3} - E\overline{Y}_{\ldots} = c_3$

因此，$\underset{-}{\hat{\beta}}_{7\times1} = [\hat{\mu}, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{c}_1, \hat{c}_2]$ 為 $\underset{-}{\beta}'_{7\times1} = [\mu, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2]$ 的不偏估計式，其中

$$\hat{\mu} = \overline{Y_{...}}，\quad \hat{a}_1 = \overline{Y_{1..}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{a}_2 = \overline{Y_{2..}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{a}_3 = \overline{Y_{3..}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{b}_1 = \overline{Y_{.1.}} - \overline{Y_{...}}，$$

$$\hat{b}_2 = \overline{Y_{.2.}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{b}_3 = \overline{Y_{.3.}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{c}_1 = \overline{Y_{..1}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{c}_2 = \overline{Y_{..2}} - \overline{Y_{...}}，\quad \hat{c}_3 = \overline{Y_{..3}} - \overline{Y_{...}}$$

$\underset{-}{\beta}_{7\times1}$ 之不偏估計式：

$$\underset{-}{\hat{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{123} + Y_{132} + Y_{111}}{3} - \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{233} + Y_{221} + Y_{212}}{3} - \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{313} + Y_{212} + Y_{111}}{3} - \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{123} + Y_{322} + Y_{221}}{3} - \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{331} + Y_{221} + Y_{111}}{3} - \frac{T}{9} \\ \frac{Y_{132} + Y_{322} + Y_{212}}{3} - \frac{T}{9} \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中，$T = Y_{331} + Y_{123} + Y_{313} + Y_{132} + Y_{233} + Y_{322} + Y_{221} + Y_{212} + Y_{111}$。以甲君的資料代入 (4) 式，可得到 $\hat{\mu} = 5$, $\hat{a}_1 = \frac{1}{3}$，$\hat{a}_2 = 2$，$\hat{a}_3 = -2\frac{1}{3}$，$\hat{b}_1 = \frac{2}{3}$，$\hat{b}_2 = \frac{1}{3}$，$\hat{b}_3 = -1$，$\hat{c}_1 = 0$，$\hat{c}_2 = 2$，$\hat{c}_3 = -2$。

因子水準組合的總成份效用值可以表示如下：

總成份效用值=總平均+品牌成份效用值+容量成份效用值+價位成份效用值

當總成份效用值越高，表示該受訪者越喜歡那一種組合。這時，可進一步了解那一種水準組合是受訪者最喜歡的。

就甲君而言，第 2 種組合的估計總成份效用值為 $\hat{\mu} + \hat{a}_1 + \hat{b}_2 + \hat{c}_3 = 3\frac{2}{3}$；第 5 種組合的估計總成份效用值為 $\hat{\mu} + \hat{a}_2 + \hat{b}_3 + \hat{c}_3 = 5 + 2 + (-1) + (-2) = 4$。因此，以上兩種組合中，甲君較喜歡第 5 種組合。

預測的總成份效用值的高低順序與觀測到喜好的順序之相關係數，以甲君的資料所求出的 Spearman ρ=0.983。由於相關係數是正值而且接近 1，顯示預測到總成份效用值的高低順序與觀測到喜好的順序方向是相當一致，這也表示以多變量線性模型來預測個人的整體偏好 (總成份效用值) 是合適的。

(二)因子之相對重要性

由於成份效用值之估計使用相同尺度，因此可以直接計算因子的相對重要性。首先求該因子所有水準的成份效用值之全距，全距越大表示該因子的重要性越高，全距越小表示越不重要。甲君的資料為

品牌的全距$= 2 - (-2\frac{1}{3}) = \frac{13}{3}$

容量的全距$= \frac{2}{3} - (-1) = \frac{5}{3}$

價位的全距=2-(-2)=4

因此，品牌對甲君而言是購買電冰箱時考慮的最重要因素。

所謂相對重要分數 (importance scores) 指的是以因子水準成份效用值的全距除以所有因子水準成份效用值的全距總和再乘 100% (參考 SPSS, 1994；黃俊英著，2000，p.183)。以甲君而言

品牌的相對重要分數$= \frac{\frac{13}{3}}{\frac{13}{3} + \frac{5}{3} + 4} \times 100\% = 43.3\%$

容量的相對重要分數$= \frac{\frac{5}{3}}{\frac{13}{3} + \frac{5}{3} + 4} \times 100\% = 16.7\%$

價位的相對重要分數$= \frac{4}{\frac{13}{3} + \frac{5}{3} + 4} \times 100\% = 40.0\%$

由相對重要分數也可得知甲君購買電冰箱時所考慮的最重要因子是品牌(43.3)。將上述的結果以表三來表示：

表三　甲君之各因子的相對重要分數

因子	高效用值	低效用值	全距	相對重要分數 (%)
品牌	2	$-2\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$	43.3
容量	$\frac{2}{3}$	-1	$\frac{5}{3}$	16.7
價位	2	-2	4	40.0

註：Spearman ρ =0.983

(三)偏好係數

前述估計方法是透過模型得到的，我們將引進一種直接利用所有組合數的平均等級 (或分數) 作為基準，而以離差作為衡量資訊重要性依據的方法來評估偏好結構。我們將偏好係數定義 (參考 Hair, et. al., 1998) 為

$$\textbf{偏好係數} = \pm\sqrt{\frac{(X_i - t)^2}{\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}(X_j - t)^2}} = \frac{\text{離差}}{\sqrt{\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}(X_j - t)^2}} = \frac{\text{離差}}{\text{平均離差}} \qquad \textbf{(5)}$$

式中，k 表示水準數總數 (甲君例中 k=9)，X_j 表示直交表中各水準的平均等級 (或分數)，t 表所有組合的平均等級 (或分數) (甲君例中 $t = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$)。

以甲君的資料來說明計算步驟。

表四

因子	水準	等級(或分數) $Y_{ijk}=10-r_m$	水準平均等級(或分數) X_m	離差 X_m-t	平方離差 $(X_m-t)^2$	標準化平方離差	偏好係數	全距	重要分數
品牌：									
國產		3, 7, 6	$\frac{16}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{172}$	0.23		
美製		4, 8, 9	7	2	4	$\frac{324}{172}$	1.37		
亞洲其他		1, 2, 5	$\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{3}$	$\frac{49}{9}$	$\frac{441}{172}$	-1.60	2.97	43.3
容量：									
200 公升以下		2, 9, 6	$\frac{17}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{36}{172}$	0.46		
200-400 公升		3, 5, 8	$\frac{16}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{172}$	0.23		
400 公升以上		1, 7, 4	4	-1	1	$\frac{81}{172}$	-0.69	1.15	16.8
價位：									
20000 以下		1, 8, 6	5	0	0	0	0		
20000-30000		7, 5, 9	7	2	4	$\frac{324}{172}$	1.37		
30000 以上		3, 2, 4	3	-2	4	$\frac{324}{172}$	-1.37	2.74	39.9
合計					$\frac{172}{9}$			6.86	
標準值					$\frac{81}{172}$				

步驟一：計算每個水準之離差的平方，並得到所有水準之平方離差的總和(如$\frac{172}{9}$)。

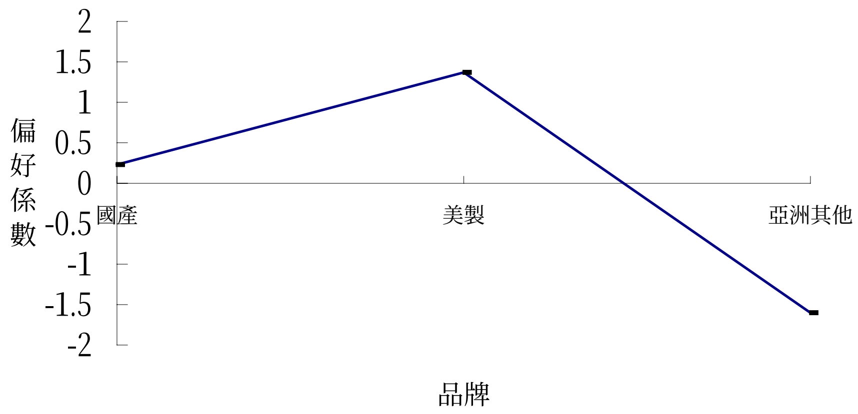
步驟二：以總水準數除以平方離差的總和可得到標準值 (如 $\frac{9}{\frac{172}{9}}=\frac{81}{172}$)。

步驟三：以每個平方離差乘以標準值可得到標準化平方離差。

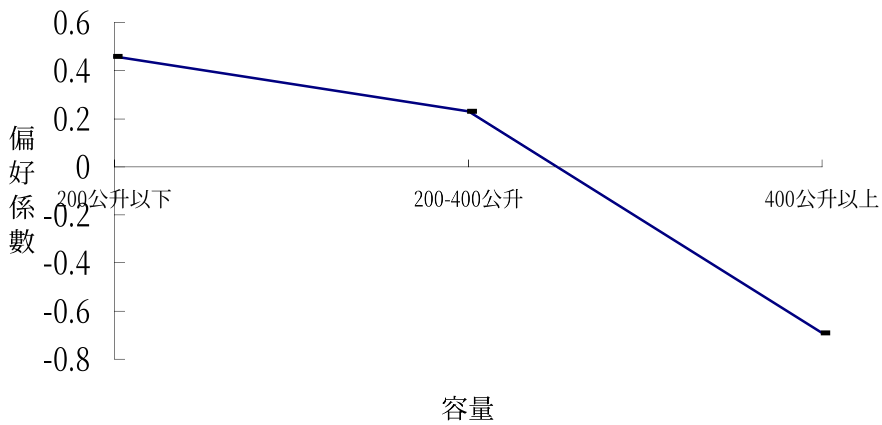
步驟四：將標準化平方離差開方可得到偏好係數，並以離差的正負符號決定偏好係數的正負符號。

經由這四步驟所求得的偏好係數，值越大表示越喜歡該水準。

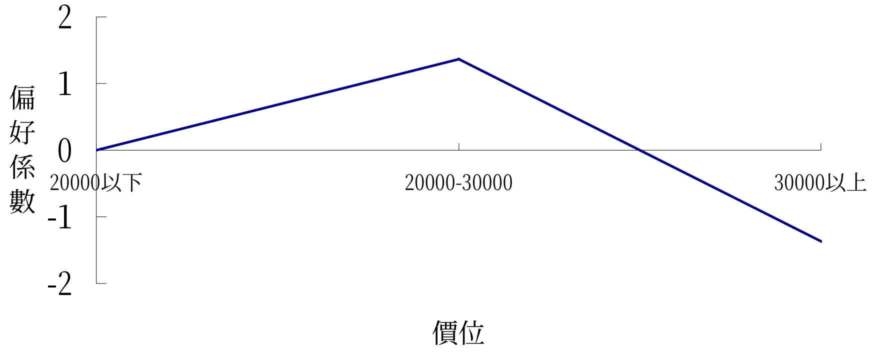
將甲君之各因子水準的偏好係數繪於圖一至圖三。由圖可了解甲君最喜歡美製小容量價格中等的冰箱。



圖一　品牌與偏好係數



圖二　容量與偏好係數



圖三　　價位與偏好係數

在因子水準數相同時，我們也可以不需經過模型配適，而直接使用偏好係數公式得到成份效用值估計; 這是因為計算偏好係數過程中的離差其實就是(4)式中模型的參數估計，也就是各水準的成份效用估計值。因此，(1)式之多變量線性模型的參數估計是偏好係數再乘以一個共同的常數 (即(5)式中之平均離差)，所以用偏好係數所求得的重要分數 ($\frac{全距}{\sum 全距}\times 100$) 會和以多變量線性模型計算重要分數所得一樣 (常數都消掉了)；由於順序仍然一樣，Spearman ρ 也會一樣，由表五也可得 Spearman ρ=0.983 的相同結果。

表五

描述				偏好係數				喜好排序	
組合編號	品牌	容量	價位	品牌	容量	價位	合計	預測	實際
1	亞洲其他	400 公升以上	20000 以下	-1.60	-0.69	0.00	-2.29	2	1
2	國產	200-400 公升	30000 以上	0.23	0.23	-1.37	-0.91	3	3
3	亞洲其他	200 公升以下	30000 以上	-1.60	0.46	-1.37	-2.51	1	2
4	國產	400 公升以上	20000-30000	0.23	-0.69	1.37	0.91	7	7
5	美製	400 公升以上	30000 以上	1.37	-0.69	-1.37	-0.69	4	4
6	亞洲其他	200-400 公升	20000-30000	-1.60	0.23	1.37	0.00	5	5
7	美製	200-400 公升	20000 以下	1.37	0.23	0.00	1.60	8	8
8	美製	200 公升以下	20000-30000	1.37	0.46	1.37	3.20	9	9
9	國產	200 公升以下	20000 以下	0.23	0.46	0.00	0.69	6	6
Spearman ρ=0.983									

(四)小結

由以上的討論可知：在受訪者排序 (或給分數) 之情況下，偏好係數與多變量線性模型中之屬性有相同水準數且不考慮交互作用所得之成份效用估計值在本質上是一樣的，這時，成份效用值、重要分數及 Spearman ρ 是不需建模型就可求得的。

二、各因子水準數不同

假設顧客購買電冰箱所在意的主要因子之水準分別是

A 品牌： 1. 國產 2. 美製 3. 亞洲其他
B 容量： 1. 200 公升以下 2. 200-400 公升 3. 400 公升以上
C 價位： 1. 高價位 2. 低價位

由於總共有 18 種不同的組合，故採用直交部份因子設計，如表六所示，只需 9 種不同組合。同樣地，適當的、不同的直交表也可由統計軟體 SPSS/DATA/ORTHOGONAL DESIGN 自動產生。令 (1,0), (0,1), (-1,-1) 分別代表水準數為 3 之第一、第二及第三水準，滿足三水準和為 (0, 0) 之條件；並令+1, -1 分別表示水準數為 2 之第一、第二水準，滿足水準和為 0 之條件。

表六 直交表設計

組合編號	品牌	容量	價位
1	亞洲其他 (-1,-1)	400 公升以上 (-1,-1)	高價位 +1
2	國產 (1,0)	200-400 公升 (0,1)	低價位 -1
3	亞洲其他 (-1,-1)	200 公升以下 (1,0)	低價位 -1
4	國產 (1,0)	400 公升以上 (-1,-1)	低價位 -1
5	美製 (0,1)	400 公升以上 (-1,-1)	低價位 -1
6	亞洲其他 (-1,-1)	200-400 公升 (0,1)	低價位 -1
7	美製 (0,1)	200-400 公升 (0,1)	高價位 +1
8	美製 (0,1)	200 公升以下 (1,0)	低價位 -1
9	國產 (1,0)	200 公升以下 (1,0)	高價位 +1

表七為另一受訪者 (乙君) 所給的順序 (或分數)。

表七　乙君對表六中 9 種組合所給的結果

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9
2	6	1	3	9	5	7	4	8

同樣地, 用多變量線性模型來表示受訪者給各種組合的順序 (或分數) 與各因子之水準的關係：

$$\underline{\mathrm{Y}}_{9\times1} = \mathrm{X}_{9\times6}\,\underline{\beta}_{6\times1} + \underline{\varepsilon}_{9\times1} \quad \textbf{(6)}$$

其中, $\underline{\beta}'_{6\times1} = [\mu, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1]$, μ 為總平均, a_i 為品牌的第 i 水準之成份效用值, 滿足 $a_1 + a_2 + a_3 = 0$ 之限制；同樣地, b_j 為容量的第 j 水準之成份效用值, 滿足 $b_1 + b_2 + b_3 = 0$ ；c_1 為高價位的成份效用值, c_2 為低價位的成份效用值, 滿足 $c_1 + c_2 = 0$ 之限制。

(6)式中 $\underline{\mathrm{Y}}'_{9\times1} = [Y_{331}, Y_{122}, \ldots, Y_{111}]$, Y_{ijk} 中第 1 個下標為對應品牌的水準, 第 2 個下標對應容量的水準, 第 3 個下標對應價位的水準。$Y_{ijk} = 10 - r_m$。這時，乙君的資料為 $(Y_{331}, Y_{122}, Y_{312}, Y_{132}, Y_{232}, Y_{322}, Y_{221}, Y_{212}, Y_{111})$ = (8,4,9,7,1,5,3,6,2)。而 $\underline{\varepsilon}'_{9\times1} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_9]$, 其中 ε_m 為誤差項, 並假設 $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$, $Cov(\underline{\varepsilon}) = \Sigma$。

令 $\mathrm{X}_{9\times6}$ 為對應表六之直交表的設計矩陣

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ 1 & +1 & 0 & 0 & +1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & +1 & 0 & -1 \\ 1 & +1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & +1 & -1 \\ 1 & 0 & +1 & 0 & +1 & +1 \\ 1 & 0 & +1 & +1 & 0 & -1 \\ 1 & +1 & 0 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix}$$

令 $R_1 = \{(3,3,1),(1,2,2),(3,1,2),(1,3,2),(2,3,2),(3,2,2),(2,2,1),(2,1,2),(1,1,1)\}$。由於

$$E(Y_{331}) = \mu - a_1 - a_2 - b_1 - b_2 + c_1$$

$$E(Y_{122}) = \mu + a_1 \qquad + b_2 - c_1$$

$$E(Y_{312}) = \mu - a_1 - a_2 + b_1 \qquad - c_1$$

$$E(Y_{132}) = \mu + a_1 \qquad - b_1 - b_2 - c_1$$

$$E(Y_{232}) = \mu \qquad + a_2 - b_1 - b_2 - c_1$$

$$E(Y_{322}) = \mu - a_1 - a_2 \qquad + b_2 - c_1$$

$$E(Y_{221}) = \mu \qquad + a_2 \qquad + b_2 + c_1$$

$$E(Y_{212}) = \mu \qquad + a_2 + b_1 \qquad - c_1$$

$$E(Y_{111}) = \mu + a_1 \qquad + b_1 \qquad + c_1$$

因 $E(Y_{..1}) = 3\mu + 3c_1$ 及 $E(Y_{...}) = 9\mu - 3c_1$ 得

$$E\left(\frac{Y_{..1}}{12} + \frac{Y_{...}}{12}\right) = E\left[\frac{1}{12}(12\mu)\right] = \mu$$

同理

$$E\left(\frac{Y_{..1}}{4} - \frac{Y_{...}}{12}\right) = E\left[\frac{1}{12}(12c_1)\right] = c_1$$

$E\overline{Y_{1..}} - E\overline{Y_{...}} = a_1$， $E\overline{Y_{2..}} - E\overline{Y_{...}} = a_2$， $E\overline{Y_{3..}} - E\overline{Y_{...}} = a_3$， $E\overline{Y_{.1.}} - E\overline{Y_{...}} = b_1$，
$E\overline{Y_{.2.}} - E\overline{Y_{...}} = b_2$， $E\overline{Y_{.3.}} - E\overline{Y_{...}} = b_3$， $E\left(\frac{Y_{...}}{12} - \frac{Y_{..1}}{4}\right) = c_2$

故 $\hat{\underline{\beta}}_{6\times1} = [\hat{\mu},\hat{a}_1,\hat{a}_2,\hat{b}_1,\hat{b}_2,\hat{c}_1]$ 為 $\underline{\beta}'_{6\times1} = [\mu, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1]$ 的不偏估計式，分別為

$$\hat{\mu}=\frac{Y_{..1}}{12}+\frac{Y_{...}}{12},\quad \hat{c}_1=\frac{Y_{..1}}{4}-\frac{Y_{...}}{12},\quad \hat{a}_1=\overline{Y_{1..}}-\overline{Y_{...}},\quad \hat{a}_2=\overline{Y_{2..}}-\overline{Y_{...}},\quad \hat{a}_3=\overline{Y_{3..}}-\overline{Y_{...}},$$
$$\hat{b}_1=\overline{Y_{.1.}}-\overline{Y_{...}},\quad \hat{b}_2=\overline{Y_{.2.}}-\overline{Y_{...}},\quad \hat{b}_3=\overline{Y_{.3.}}-\overline{Y_{...}},\quad \hat{c}_2=\frac{Y_{...}}{12}-\frac{Y_{..1}}{4}$$

故可得以下結果：

$$\hat{\underline{\beta}}=\begin{bmatrix}\hat{\mu}\\ \hat{a}_1\\ \hat{a}_2\\ \hat{b}_1\\ \hat{b}_2\\ \hat{c}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{Y_{331}+Y_{221}+Y_{111}}{12}+\frac{T}{12}\\ \frac{Y_{122}+Y_{132}+Y_{111}}{3}-\frac{T}{9}\\ \frac{Y_{232}+Y_{221}+Y_{212}}{3}-\frac{T}{9}\\ \frac{Y_{312}+Y_{212}+Y_{111}}{3}-\frac{T}{9}\\ \frac{Y_{122}+Y_{322}+Y_{221}}{3}-\frac{T}{9}\\ \frac{Y_{331}+Y_{221}+Y_{111}}{4}-\frac{T}{12}\end{bmatrix} \tag{7}$$

其中，$T = Y_{331}+Y_{122}+Y_{312}+Y_{132}+Y_{232}+Y_{322}+Y_{221}+Y_{212}+Y_{111}$。以乙君的資料代入(7)式，可得到成份效用值如下：

$$\hat{\mu}=\frac{58}{12},\ \hat{a}_1=-\frac{2}{3},\ \hat{a}_2=-\frac{5}{3},\ \hat{a}_3=\frac{7}{3},\ \hat{b}_1=\frac{2}{3},\ \hat{b}_2=-1,\ \hat{b}_3=\frac{1}{3},\ \hat{c}_1=-\frac{1}{2},\ \hat{c}_2=\frac{1}{2} \tag{8}$$

另外，以乙君的資料來計算水準數不同的偏好係數，若將資料代入(5)式，得到表八的結果。

表八

因子	水準	等級（或分數）$Y_{ijk}=10-r_m$	水準平均等級（或分數）X_m	離差 X_m-t	平方離差 $(X_m-t)^2$	標準化平方離差	偏好係數
品牌：							
國產		4, 7, 2	$\frac{13}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{36}{97}$	-0.609
美製		1, 3, 6	$\frac{10}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{25}{9}$	$\frac{225}{97}$	-1.523
亞洲其他		8, 9, 5	$\frac{22}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{49}{9}$	$\frac{441}{97}$	2.132
容量：							
200 公升以下		9, 6, 2	$\frac{17}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{36}{97}$	0.609
200-400 公升		4, 5, 3	4	-1	1	$\frac{81}{97}$	-0.914
400 公升以上		8, 7, 1	$\frac{16}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{97}$	0.305
價位：							
高價位		8, 3, 2	$\frac{13}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{36}{97}$	-0.609
低價位		4, 9, 7, 1, 5, 6	$\frac{32}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{97}$	0.305
合計					$\frac{97}{9}$		
標準值					$\frac{81}{97}$		

由(8)式中只有高、低價位之成份效用值 $\hat{c}_1=-\frac{1}{2}$，$\hat{c}_2=\frac{1}{2}$ 與表八中之高、低價位的離差 $-\frac{2}{3}$ 及 $\frac{1}{3}$ 不相等。故可得因子水準數不同時，成份效用值不等於偏好係數的離差；由於成份效用值是不偏的，因此，採用(5)式所得的偏好係數的離差是有偏的，這時，偏好係數並未充分利用直交表，因此，這表示偏好

係數公式 ((5)式)在因子水準數不相同時不應使用，應加以修改，修改為如下的(9)式：

$$
\text{偏好係數} = \begin{cases} \dfrac{\text{離差} + \dfrac{Y_{331} + Y_{221} + Y_{111}}{12} - \dfrac{T}{36}}{\sqrt{\dfrac{\text{分子總平方和}}{k}}} & \text{該因子水準數為3時} \\ \dfrac{\text{離差} + \dfrac{Y_{331} + Y_{221} + Y_{111}}{12}}{\sqrt{\dfrac{\text{分子總平方和}}{k}}} & \text{該因子水準數為2時} \end{cases} \tag{9}
$$

其中，$\text{離差} = X_m - \hat{\mu} = X_m - \left(\dfrac{Y_{331} + Y_{221} + Y_{111}}{12} + \dfrac{T}{12} \right)$，$X_m$ 表示直交表中各水準的平均等級 (或分數)。表九為以 SPSS 軟體計算乙君資料所得，由結果可明瞭 SPSS 也是以模型求得成份效用值的。

表九　SPSS 程式及結果

```
程式
DATA LIST FREE /ID rank1 TO rank9.
BEGIN DATA
01 2 6 1 3 9 5 7 4 8
END DATA.
CONJOINT PLAN='c:\cloth\ortho1.SAV'
/DATA=* /rank=rank1 TO rank9 /SUBJECT=ID
/FACTORS=mark volume price (discrete)
/PRINT=ALL /UTILITY='a:RUGU1.SAV'.
SAVE OUTFILE='A:RUGU2.SAV'.
結果
SUBJECT NAME:          1.00
Importance     Utility(s.e.)    Factor
+---------+                         MARK              3
”60.00     ”     -.6667(1.4229)       -”              國產
–---------~      -1.6667(1.4229)      ---”             美製
           ”     2.3333(1.4229)       ”----           亞洲其他
      +---+                           VOLUME        3
25.00 ”     ”     .6667(1.4229)         ”-            200 公升以下
      –---~    -1.0000(1.4229)        --”             200-400 公升
             ”    .3333(1.4229)         ”-            400 公升以上
       +--+                           PRICE          2
15.00   ”   ”   -.5000(1.0672)        -”             高價位
       –--~     .5000(1.0672)          ”-            低價位
                4.8333(1.0672) CONSTANT
Pearson's R     =    .738                        Significance =    .0116
Kendall's tau =    .648                           Significance =    .0080
```

參．眾多受訪者之聯合分析

由於每個受訪者在喜好上有很大的差異存在，因此大部份聯合分析可用於分析單一個人的喜好，但也可以分析眾人整體的喜好。若同樣針對表一中產品特性之不同水準組合依喜好排序或給分數，這時所考慮的模型為

$$\underline{\mathrm{Y}}_{(n\times 9)\times 1} = \mathrm{X}_{(n\times 9)\times 7}\,\underline{\beta}_{7\times 1} + \underline{\varepsilon}_{(n\times 9)\times 1} \tag{10}$$

其中，$\underline{\beta}'_{7\times 1} = [\mu, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2]$，$Y_{qijk} = 10 - r_{qm}$，$Y_{qijk}$ 中第 1 個下標對應為第 q 個人，第 2 個下標對應品牌的水準，第 3 個下標對應容量的水準，第 4 個下標對應價位的水準。設計矩陣 $\mathrm{X}_{(n\times 9)\times 7}$ 為(1)式中的設計矩陣 $\mathrm{X}_{9\times 7}$ 重複 n 次。同前面所述，經由証明

$$E\overline{Y_{.1..}} - E\overline{Y_{....}} = E\left[\frac{1}{3n}\left(Y_{.123} + Y_{.132} + Y_{.111}\right)\right] - \mu = \frac{1}{3n}E\left(3n\mu + 3n\,a_1\right) - \mu = a_1$$

故可以令 $\hat{a}_1 = \overline{Y_{.1..}} - \overline{Y_{....}}$。同理，將其他的參數之估計列於(11)式

$$\hat{\underline{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum_{q=1}^{n} T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q123} + \sum Y_{q132} + \sum Y_{q111}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q233} + \sum Y_{q221} + \sum Y_{q212}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q313} + \sum Y_{q212} + \sum Y_{q111}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q123} + \sum Y_{q322} + \sum Y_{q221}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q331} + \sum Y_{q221} + \sum Y_{q111}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \\ \dfrac{\sum Y_{q132} + \sum Y_{q322} + \sum Y_{q212}}{3n} - \dfrac{\sum T_q}{9n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum_{q=1}^{n} \hat{\mu}_q}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{a}_{q1}}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{a}_{q2}}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{b}_{q1}}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{b}_{q2}}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{c}_{q1}}{n} \\ \dfrac{\sum \hat{c}_{q2}}{n} \end{bmatrix} \tag{11}$$

由(11)式所得之結果，可得知：整體的 $\hat{\underline{\beta}}$ 內的各個參數估計值為 n 個人參數估計值的平均。模型可進一步求得整體對表一中產品屬性之 9 種不同水準組合喜好的預測值；並可得重要分數及 Spearman ρ 相關係數。

肆．結論與建議

在受訪者排序 (或給分數)之情況下，當各因子水準數一樣而且因子間不考慮交互作用時, 偏好係數與由多變量線性模型所得之成份效用估計值在本質上是一樣的。偏好係數是(1)式之多變量線性模型的參數估計再除以一個共同的常數 (即，平均離差)，所以用偏好係數所求得的重要分數會和多變量線性模型所得一樣，Spearman ρ也會一樣。因此，在這種情形下，求重要分數及 Spearman ρ是不需建構模型就可求得的。

當因子水準數不一樣而且因子間不考慮交互作用時, 原來的偏好係數(5)式需要加以修改 (如(9)式)，否則若以(5)式的偏好係數中的離差來估計成份效用是有偏誤的。這也就是說, 當因子水準數不一樣而且因子間不考慮交互作用時，宜以多變量線性模型來估計成份效用值，再進一步求相對重要分數；而若要使用偏好係數，則偏好係數也應參考模型所得結果加以修改。因此，我們建議在做聯合分析時，因子的水準數儘量都一樣，這時，成份效用估計值、重要分數及 Spearman ρ是不需建構模型就可求得的。

參考文獻

黃俊英，「多變量分析」，台北：華泰書局，2000 年。

Green,P.E., Tull,D.S. and Albaum,G., “Research for Marketing Decisions”, 5th ed Prentice Hall, Englewood Cliffs, New jersey, 1988.

Hair, J. E., R. E. Anderson, R. L. Tatham, and Black, W. C., “Multivariate Data Analysis”, 5th ed. Prentice-Hall International, Inc. Press, 1998

SPSS Categories 6.1, SPSS Inc., USA, pp.1-36, 1994.

The Preference Coefficient Analysis for Consumers to the Attributes of Products

REN-FEN LEE*, DENG-YUAN HUANG**

**Department of Accounting,National Kaohsiung University of Applied Science*

***Institue of Applied Statistics, Fu Jen Catholic University*

ABSTRACT

The purpose of conjoint analysis is to separate the consumer's react in the attributes level combinations of the products or services. The conjoint analysis is used to evaluate the configuration of preference. This paper give focus on the base theory behind it. For convenient and feasible consideration in an opinion survey, we use orthogonal array design to build MANOVA models to reduce the numbers of attributes level combinations. The method of moments is used to get the unbiased estimations of the utility scores of attributes. The relative importance of these attributes can be subsequently computed. By the way, we can realize the popularity situation among the combinations of these attributes. The goodness of fit in model can be evaluated by the association coefficient (i.e. Spearman ρ) between the predicted values and the actual observations. We give a numerical example about household electrical appliance for expressing the use of the discussed method. When the level (category) numbers of attributes are equal, the results got from the MANOVA model and got from the formula of preference coefficient are the same. When the level numbers of attributes are not equal, we also revise the formula of preference coefficient.

Keywords: conjoint analysis, preference coefficient, utility score, MANOVA model, moment method, unbiased estimators, Spearman ρ