輔仁管理評論

中華民國 96 年 9 月，第十四卷第三期，67-90

以極端值理論設計台股指數選擇權結算保證金之研究

周建新．陳振宇．蔡雲香*

(收稿日期：96 年 3 月 23 日；第一次修正：96 年 5 月 15 日；
第二次修正：96 年 6 月 8 日；接受刊登日期：96 年 6 月 8 日)

摘要

本文旨在應用極端值理論來設計台股指數選擇權之結算保證金，爲克服樣本數不足將影響極端值分配的近似效果及參數估計的精確度，本文以日內 5 分鐘大盤指數報酬資料爲研究標的。在研究方法上，本文利用高斯—牛頓法，來求解非線性最小平方法中的參數估計值，同時針對 7 種不同之極值取樣的交易時段數，在不同之違約機率下，設計台股指數選擇權之保證金水準。實證結果發現，大盤指數報酬分配呈現厚尾的 Fréchet 分配；另外在涵蓋 99.7%價格波動下，取樣交易時段數目，若設定在 90~180 之間，利用極端值理論所估計出的理論保證金水準，將與實際之平均保證金水準 (5.20%)，差異最爲接近。

關鍵詞彙：指數選擇權，結算保證金，極端值理論，高斯—牛頓法

壹. 緒論

台灣期交所自 1998 年推出台股期貨之後，國內衍生性金融商品市場即日益蓬勃發展，爲滿足市場投機與避險需求，期交所在 2001 年底又推出台指選擇權契約。選擇權除了與期貨契約具備相同之避險、套利、投資功能外，更具有交易策略組合多樣化、權利與義務公平但不對等、可避免利潤被鎖死、及降低融資風險等優勢；另外選擇權是目前交易槓桿倍數最大的金融商品，通常 10-20%的指數走勢波動，透過選擇權的槓桿效應，即會放大 200-300%以上的報酬波動，報酬波動大的同時，也代表著高報酬與高風險的吸引力。此一台股指數選擇權契約自推出後，其成交量始終保持高度的成長，以 2006 年的統計資料爲例，其每日平均交易量已超過 390,000 口，廣受國內投資人所歡迎。

* 作者簡介：周建新，國立高雄第一科技大學風險管理與保險系副教授；陳振宇，國立高雄第一科技大學管理研究所博士生；蔡雲香，寶來曼氏期貨研究員。

由於選擇權具有高槓桿的商品特性，因此在交易制度之設計上，爲確保選擇權的賣方能在到期時履行其義務，會要求賣方繳存一定金額之保證金，而選擇權的買方有執行契約的權利，僅須付出權利金即可。買賣雙方透過結算所作爲中介機構，負責選擇權交易完成後契約之結算、交割工作及擔保選擇權契約之履約義務。結算機構的介入，可使選擇權契約履行獲得可靠保障，如此得以確保選擇權市場機制的順暢運作。上述選擇權保證金之設計，對選擇權市場風險控管機制的完備性，甚爲重要，如果保證金水準設定偏高，將導致投資人交易成本的上升，會降低其投資意願，此不利於市場的活絡與成長；相反的，如保證金設定不足，又將導致違約風險增加，讓交易所面臨巨大的風險，不利於選擇權市場的長期發展；以 2005 年 5 月發生於國內市場之實際案例，有位陳姓投資人利用逆向市場時間價差組合交易，不需支付保證金之特性來洗出權利金，並讓多家期貨商造成違約損失的窘境，此例可見一個合理保證金制度設計的重要性，其不僅可以降低期貨或選擇權市場之違約風險，同時也可以吸引投資人進場交易，而達到活絡與健全市場發展之功能。

合理保證金制度之訂定，必須在落實風險控管及提昇市場交易活絡性間，取得平衡，因此不管對學術界或實務界而言，均爲十分重要之研究主題。由於選擇權保證金之設計，涉及標的商品價格波動的參數訂定，及受到策略式交易風險互抵認定等諸多因素影響，在計算上頗爲複雜；此外在選擇權保證金制度的設計上，尚需考慮市場風險數量化之精確程度及風險管理政策效果等問題，故如何制定一個適當的保證金計算系統，精算整戶部位風險狀況，實爲選擇權商品在保證金計算上之一大課題。

在保證金議題之研究上，主管機關與期交所重視的是設定的保證金額度，能否足以應付期貨或選擇權每日價格最大可能的波動範圍。近年來，金融資產報酬資料具厚尾 (heavy tailed) 之特性，已逐漸被學術界所普遍接受，例如 Mandelbrot (1963)、Boothe and Glassman (1987)、Ghose and Kroner (1995) 等多位學者實證證明財務報酬資料並不符合常態、獨立分配的假設。另外，Kofman (1993) 和 Longin (1995) 認爲期貨資料若假設其服從常態分配，將會低估保證金波動的機率，這是因爲常態假設並沒有將偏態資料所增加的額外風險納入考慮。由於保證金額度之最適設定，必須精確估計保證金不足所發生之機率，而極端值理論 (Extreme Value Theory，EVT) 可以利用統計方法來描繪出財務報酬資料中極端值的機率分配，探討樣本中的離群值，亦即著重在尾端事件發生的情形，已被證實可以有效捕捉到前述金融資產報酬具厚尾之特性，故近年來，學術界已經廣泛地運用極端值理論來設定合理之保證金。

目前國內利用極端值理論進行保證金水準之實證研究，主要係以指數期貨為研究標的物，例如周建新、于鴻福、廖盈秋 (2004) 以台指期貨五分鐘日內資料，運用極端值理論估計台灣期交所三種指數期貨契約之保證金水準，結果發現利用極端值理論方法，可以將交易時段數目與違約機率等風險考量因素，納入期貨保證金之調整機制，故其相當適合作為期貨保證金之估計模型。另外周恆志與曹懋鍇 (2004) 利用新加坡交易所的日經 225 期貨、日經 300 期貨、摩根新加坡股價指數期貨與摩根台灣股價指數期貨為研究對象，以半參數法估計極端值分配的參數，分別應用非條件與條件極端值分配，來捕捉期貨報酬率尾端分配厚尾及異質變異等特性，以推估合理的期貨保證金水準。由上述說明可知，運用極端值理論來設定合理之期貨保證金水準，已經證明可以得到不錯之成果，然而對於槓桿倍數最大的選擇權契約，目前尚無學者利用極端值理論，來探討其最適保證金水準之設定議題，因此本文將以台灣期貨交易所之股價指數選擇權為研究標的，利用極端值理論探討其最適保證金水準之訂定。

依據「台灣期貨交易所股份有限公司結算保證金收取方式及標準」第四條規定：股價指數選權契約結算保證金金額為各契約之指數，乘以指數每點價值，乘以風險價格係數，所謂風險價格係數，係參考一段期間內台灣加權股價指數之變動幅度，估算至少可涵蓋一日指數變動幅度 99.7%信賴區間之值。目前台灣期交所的保證金制度可分為賣出單一部位保證金、價差部位保證金、跨式 (straddles) 及勒式 (strangles) 部位保證金、選擇權與期貨混合部位保證金，採用簡單明確且收取較高保證金的策略為基礎。然而目前所採行的保證金設計，是否能夠達到平衡流動性與違約風險之目標，則尚無確切答案，因此本文將針對賣出單一部位保證金部份，利用台灣加權股價指數報酬率之分配，找出最適的選擇權結算保證金水準 (即風險保證金 A 值)。

本文為首篇以台灣期交所股價指數選擇權為研究標的，利用極端值理論來探討其最適保證金水準之實證論文。由於台股指數選擇權之風險價格係數係由大盤指數變動幅度而產生，但因考慮台股指數選擇權契約上市未久，若以每天之價格資料為樣本，並無法產生足夠的極端值樣本數，因此本文採用大盤指數變動日內每五分價格資料為研究標的物。具體而言，本文之研究問題包括大盤報酬率分配兩端的極端值分配是否具有厚尾特性？大盤報酬率左右兩端的分配是否一致，買進和放空部位是否應要求不同的保證金水準？本文將利用 Longin (1999) 所提出之極端值模型，利用高斯-牛頓法來估計極端值模型中之各項參數，並討論在不同違約機率設定下，估算台股指數選擇權契約之賣方保證金水準。

本文內容安排如下，第一節為緒論；第二節為文獻探討，從保證金及極端值理論兩方面作文獻回顧；第三節為研究方法，說明研究設計及樣本資料；第四節為實證分析與結果；第五節為結論與建議。

貳· 文獻回顧

一、保證金的重要性

保證金為結算會員與客戶，或經紀商與委託人間作為未來是否履行契約的擔保，亦即投資人對於賣出選擇權契約的承諾，設立保證金的目的可作為信用風險的擔保品及風險控管的工具。Hunter (1986) 指出保證金增加時，將增加交易者的成本，如此會降低交易者參與市場之意願，將影響整個期貨市場的交易量。另一方面，保證金在某種程度上也可作為主管當局管理價格波動的政策工具，例如在較劇烈的價格波動時，保證金制定機構可將違約機率設定較小，而收取較高之保證金水準；相反的，為鼓勵投資人從事期貨交易，違約機率可稍微放寬，則結算保證金水準可以再調降。由上述可知，若能將保證金水準設定在合理的範圍，不僅能促使投資人多利用期貨選擇權作為投資、套利、避險及資產配置的工具，亦能使結算所在面臨可容忍的違約風險下，維持市場的順利運作。

Telser (1981) 與 Brennan (1986) 認為當期貨價格往客戶不利方向變動時，投資人容易因虧損而不願履約，雖然發生違約時，期貨商與結算所為交易者的法律債權人，但透過法律途徑是項既耗時又費力，且不一定保證能完全收回損失，此時，保證金的設計，可抵償部分虧損，且防止損失進一步擴大，故保證金制度具有適度保護期貨經紀商與結算所功能之設計。Figlewski (1984) 認為在訂定原始與維持保證金水準必須先考慮保證金追繳通知的機率，及發出追繳通知後與客戶實際補足前，發生超額損失 (over loss) 的機率，並認為期貨保證金的制度，雖然增加投資人資金的流動性成本，但可以提供適當的保障來抵抗違約風險，故符合效率的觀念。Hartzmark (1986) 認為保證金水準的變化，會影響投資人對期貨契約的需求，當保證金水準提高，投資期貨的交易成本將隨之增加，如此會導致期貨契約的需求下降；故交易所為了維持期貨市場的流動性，多將保證金水準維持在較低的水準。Bernake (1990) 認為結算所擔任期貨交易買賣雙方之相對方，承擔買賣雙方履行契約的義務，使交易者無須

擔心對手是否會違約的問題，爲了確保期貨契約的履行，保證金即是結算所擔任此一角色所採取的自保措施；保證金的設計可使結算所透過保證金帳戶，瞭解客戶的財務狀況與交易活動，因此可以減少結算所可能面臨的違約風險。

在國內文獻方面，劉德明 (1993) 認爲期貨保證金是期貨交易的抵押品，其目的是作爲將來清償損益的本金或充當履約的保證。莊士德 (2000) 認爲期貨結算機構在面對違約風險挑戰時，除了結算會員與期貨經紀商必須財務健全，並具有充足的交割結算金和違約準備金外，最要緊的是收取足適當的保證金，以減少及避免違約事件的發生。蔡莉芸 (2002) 認爲保證金是期貨交易人所必須承擔的成本，合理的保證金制度可使交易人節省成本及增加資金運用效率。

從上述文獻分析可知，期貨保證金對期貨及選擇權市場運作的重要性，如何設定一最適的保證金水準，對投資人、實務界及主管機關而言，都是一項十分關心的重要課題。

二、極端值理論

近年來，學術界廣泛地運用極端值理論作爲期貨保證金設定之研究，至於使用極端值理論來估算期貨保證金的主要原因，在於實際期貨資料並不服從常態分配的假設，所以最適期貨保證金水準，就無法使用傳統的高斯分配來設算。極端值理論來在尾部指數估計的方式，可以分爲有母數法 (parametric approach) 和無母數法 (nonparametric approach) 兩種；其中有母數法類似中央極限定理，但僅描述獨立同態 (i.i.d) 之隨機變數的最大值或最小值之行爲，在母體分配未知的情況下，只要門檻值 (threshold) 夠大，超過門檻值的樣本數夠多，尾端分配將趨近於極端值分配，並可以透過特定的統計方法求算出其分配函數與分配參數，亦即有母數法必須假設極端值是來自 Gumbel 分配、Fréchet 分配或 Weibull 分配的其中一種型態，再利用數值分析方法以求估計極端值參數值；另一方面，無母數法並不假設極端值是來自某種漸近分配，而採直接估計原變數 (parent variable) 的尾部指數。以下僅將此兩種作法應用於估計期貨保證金水準之實證，做一簡要的介紹。

(一)有母數法

有母數法是假定資料服從某分配型態後，利用數值的方法以估計特定參數的結果，希望透過此分配的型態以描述資料的特性。Longin (1996) 以美國

股市報酬爲研究對象，比較極端值理論和常態分配假設所估算出的保證金水準，實證發現使用常態分配假設，將低估原先維持保證金所設定之機率值。Booth et al. (1997) 以芬蘭股價指數期貨爲例，發現以極端值理論所估計之保證金違約機率，與實際情況十分相近。Broussard and Booth (1998) 以德國股價指數日內資料爲研究對象，發現日內價格變動服從 Fréchet 極端值分配，亦即價格變動具有厚尾現象，因此傳統常態分配假設，在設定保證金水準時並不適用；因此建議德國期交所保證金制定委員會，可使用極端值理論來捕捉極端價格變動的機率，作爲設定保證金的參考準則。Longin (1999) 利用 COMEX 之白銀期貨，比較 Figlewski (1984) 所提出價格變動爲常態分配、極端值分配與實證分配，在不同的違約機率下求得最適保證金水準，實證結果顯示利用極端值分配所求得之期貨保證金，較貼近實際情況，而常態分配假設下所估算出之期貨保證金水準，會出現低估的情況；此外 Longin (1999) 亦針對多頭部位 (long position) 與空頭部位 (short position)，分析是否應該設定不同保證金水準，但作者基於成本與公平性原則考量，仍建議採用單一保證金水準。Broussard (2001) 利用 CBOT 之玉米和政府公債兩種期貨契約，來測試價格限制與否，對保證金設定之影響，實證發現在相同保證金水準下，有價格限制條件下所面臨的違約機率會較沒有價格限制條件來得小，原因在於價格限制可以防範價格劇烈波動之故。

在國內文獻方面，周建新、于鴻福、廖盈秋 (2004) 針對台股指數期貨、金融指數期貨和電子指數期貨三種期貨每日結算價，以極端值理論估算其理論的保證金，並以高斯-牛頓法求算非線性迴歸模型的各種參數；實證結果發現臺股指數期貨與金融指數期貨，在使用極端值理論所估計出的保證金，較貼近實際情況，而電子指數期貨之實際保證金水準，則略顯不足，此可能帶給期貨交易所較大的違約風險。此外，周建新、于鴻福、廖盈秋 (2005) 在考慮台灣股市 7%漲跌停限制下，依 Broussard (2001) 之作法，估計台股指數期貨、金融指數期貨和電子指數期貨三種期貨，在不同價格限制下之保證金水準與違約機率。

(二)無母數法

無母數法不受限資料分配的形式，因此不須經過估計參數的過程，所以不會產生估計誤差的問題。其主要論點是在於以最簡單的方法尋找所欲求取的統計量，因此乃是以機率理論找出其抽樣分配，進行顯著性檢定。Dewachter and Gielen (1999) 以無母數估計尾部指數方法，研究 1982 年至 1990 年間紐約

證券交易所綜合股價指數期貨契約 (NYSE Composite Index Futures) 的保證金水準，實證發現在 1987 年 10 月股市大崩盤前，實際的期貨保證金太過一成不變且被嚴重低估。Warshawsky (1989) 利用極端值理論之無母數法，來估算期貨保證金水準，發現實際的期貨資料並不符合常態分配的假設，而較適用極端值理論來估算期貨保證金水準。Cotter (2001) 以 12 個在歐洲地區交易所掛牌的股價指數期貨爲研究標的，利用無母數中的 Hill (1975) index 來估計其保證金水準，實證結果發現：(1)除了 OBX 期貨契約[1]的保證金水準設定稍爲不足外，其它股價指數期貨保證金水準的設定均十分充足；(2)必須針對不同的指數期貨契約，訂定不同的保證金水準，以反應不同契約的風險程度；(3)使用常態分配的假設，較使用極端值理論會獲得較低的保證金水準，可能低估保證金水準；(4)應考慮不同的波動程度，來訂定不同的保證金水準。

國內文獻方面，陳伯翰 (2002) 認爲常態分配假設會造成保證金低估的現象，以損失期望值當作風險測量的基準，發現日經 225 指數期貨在保證金水準的適足性不足，S&P、CAC40 和 DAX 則較爲足夠。謝秀虹 (2002) 以 Hill (1975) 法及 Huisman, et al. (1998) 所提出的 *Var-x* 法，來估計台股指數期貨的保證金水準，實證結果發現常態分配的假設，將會低估保證金水準，而 *Var-x* 法可以修正 Hill 估計式會造成保證金水準設定的偏誤缺失。周恆志與興曹懋鍇 (2004) 比較極端值分配與常態分配，發現極端值理論所計算出的保證金水準，較常態分配所求得大上許多，此顯示極端值理論可以捕捉到報酬分配厚尾的特性；另外，其亦發現新加坡國際金融交易所對日經 225 指數期貨的保證金設定，略顯不足，而對摩根台指指數期貨的保證金設定，則有過高之虞。

綜合上述文獻可知，採用極端值理論來估算保證金水準，是目前學術界最常採用的方法，但目前學術界尚無學者應用極端值理論來估計選擇權之最適保證金水準，因此本文欲以極端值理論，應用於計算台灣期交所之台股指數選擇權契約結算保證金水準。此外對尾部指數估計的方式上，本文欲採用有母數法來直接估計極值參數，主管原因是無母數法中的門檻值 (Threshold value) 選取，有許多不同的方法，而目前無一準確的門檻值選取方式[2]。目前國內採用有母數法來估計台灣期交所期貨契約之保證金水準，僅有周建新、于鴻福、廖盈秋 (2004) 以日內五分鐘期貨資料，依照 Longin (1999) 方法做過類似之研究，因此本研究將同樣採用此一方法，來估計台股指數選擇權之最適保證金水準。

[1] OBX 爲挪威 Oslo Stock Exahange 指數簡稱。
[2] 參見洪仁杰、謝金星、蔡佩玲 (2004)。

參. 研究方法

一、台股指數選擇權保證金制定方式

由於選擇權的交易策略變化繁多，不同部位組合狀態有不同程度風險狀況，故在保證金計算方式的處理或配對上，亦較一般期貨部位複雜。世界各國交易所採行各類選擇權保證金訂定方式，大致可概分為二大類，一是採行策略基礎方式計算；另外則是採行整戶風險基礎方式計算，例如以 SPAN (Standard Portfolio Analysis of Risk) 及 TIMS (Theoretical Intermarket Margins System) 為代表。

台灣期交所於台指選擇權契約上市時，針對各類交易策略設定的保證金制度，係參酌國外選擇權市場實際運作經驗，並考量台灣股票市場多為散戶、投機色彩濃厚的特色，而採用簡單明確且收取較高保證金策略為基礎。目前台灣期交所股價指數選擇權各種組合部位保證金計收方式，可分為賣出單一部位保證金、價差部位保證金、跨式及勒式部位保證金、選擇權與期貨混合部位保證金，其中單一部位保證金為本文所探討之部分，其詳細說明如表一所示。

依台灣期交所「結算保證金收取方式及標準」第四條之一規定，結算保證金係參考一段期間內標的股價指數波動及其他可能因素，估算至少可涵蓋一日權利金變動幅度百分之九十九點七信賴區間之值，維持及原始標準則分別按結算標準之 1.15 倍及 1.5 倍計算[3]；另為避免標的指數大幅波動時，深度價外選擇權之權利金價格隨之劇烈震盪，風險暴露程度突然增加，因此訂定風險保證金最低值之標準，以涵蓋此類風險。

選擇權保證金和期貨保證金不同，選擇權保證金包括風險保證金 (A 值)、風險保證金最低值 (B 值)，其中 A 值及 B 值之設定原意，在涵蓋標的指數價格變動時，導致選擇權價格變化之風險。A 值及 B 值各分為結算、維持與原始三項收取標準。期貨交易所依據每日期貨市場指數，在一段時間內各營業日間價格波動狀況，訂定選擇權結算保證金標準，結算保證金即為風險保證金 A 值，計算如下：

---

[3] 結算保證金為期貨交易所向結算會員所收取之保證金。維持保證金為委託人持有部位後之保證金最低額度標準，當保證金帳戶餘額低於維持保證金，則將需補繳至原始保證金額度。原始保證金為委託人交易期貨所需之保證金額度。

風險保證金 A 值 = 大盤指數 × 選擇權指數每點價值 (50 元) × 風險價格係數

其中風險價格係數以涵蓋市場風險爲考量，參考一段時間內價格變動幅度，估算至少可涵蓋一日價格變動幅度 99.7%信賴區間之值。

表一 台灣期交所股價指數選擇權各種組合部位保證金計收方式

交易策略	部位狀況	應收取保證金
單一部位	賣出 Call 賣出 Put	權利金市值+max (A-價外值, B) A：期交所公告之選擇權風險保證金 B：期交所公告之選擇權最低風險保證金
價差部位	買權空頭價差 賣權多頭價差	兩契約履約價之差×50
跨式、勒式部位	放空跨式部位 放空勒式部位	Max (Call 保證金，Put 保證金) + (Call 與 Put 二者保證金較少一方之權利金市值)
選擇權與期貨混合部位	買入期貨+賣出 Call 放空期貨+賣出 Put	權利金市值+期貨部位保證金
免保證金部位	買進單一部位 買權多頭價差部位 賣權空頭價差部位 買進跨式部位 買進勒式部位	無

資料來源：台灣期交所網站 (http://www.taifex.com.tw)

依照上述說明，台灣期交所計算選擇權保證金之步驟如下：

1.以台灣加權股價指數變動率之絕對值爲採用樣本，找出過去 30 天、60 天、90 天、180 天四種取樣交易時段數目之股價指數變動率。股價指數變動率計算如下：

$$\Delta P = \left(\frac{P_t - P_{t\text{-}1}}{P_{t-1}} \right)$$

其中 P_t 爲第 t 天台灣加權股價指數，P_{t-1} 爲第 *t-1* 天台灣加權股價指數。因此在 30 天交易時段，就會有 30 個報酬率資料；在 60 天交易時段，就會有 60 個報酬率資料，依此類推。

2.將四組樣本群的股價指數變動率由小到大排序。

3.找出每組最後 0.3%的臨界報酬率 (在 99.7%信賴度下所對應的範圍)。即代表：$\mathrm{Prob}\left(\mathrm{R} < \mathrm{R}^*\right) = 0.3\%$ ，其中 R 代表資產報酬率，R^* 爲臨界報酬率。

4.找出各組中最大的 0.3%的臨界變動率爲風險價格係數。即代表，$\mathrm{Prob}\left(\mathrm{R} > \mathrm{R}^*\right) = 99.7\%$

5.計算出結算保證金為風險保證金 A 值，再依結算保證金 1.15 倍為維持保證金，結算保證金 1.5 倍為原始保證金，未達千元者，皆無條件進位至千元。

6.風險保證金 A 值乘 0.5 為最低風險保證金 B 值。

二、研究模型

本文模型以極端值理論為基礎，期建立台灣期交所選擇權契約保證金水準之研究模型。基本上，對投資者而言，若看漲資產時，下跌的幅度將是其較關心的風險部位，即投資者會較關心極小值的變化；反之，若投資者看跌資產，將會較關心極大值部份的風險。在本節中，我們將簡略地介紹極端值理論中的區塊法 (block method, BM)。所謂區塊法即是指假設在一段時間內之觀察值，資料總筆數為T，將之均分為N等份，每等份均有n筆資料，從每一等分的n筆資料中選出其極大值或極小值，如此可得N筆的極大值或極小值；若資料無法被整除時，則根據 Tsay (2001) 的研究，將無法整除遠期資料捨去。上述作法即是利用資產分配找出分配中尾端的情形，亦即以一尾端指數 (tail index) 來描述尾端形狀，具有捕捉財務資料厚尾特性的能力。

令 $\Delta P = \ln\left(P_t / P_{t-1}\right)$ 表示大盤指數在時間t的報酬率，其中 P_t 代表時間 t 的收盤價；P_{t-1} 則為前一個交易時段之收盤價。假設ΔP_1，$\Delta P_2, \ldots,$ ΔP_n分別代表第 1 個時段至第 n 個時段之報酬率。令MIN_1和MAX_1分別表示此 n 個觀測值之最小值和最大值；亦即，

$$MIN_1 = \min_{1 \le k \le n}\left\{\Delta P_k\right\} \quad \text{且} \quad MAX_1 = \max_{1 \le k \le n}\left\{\Delta P_k\right\}$$

令ΔP_{n+1}，$\Delta P_{n+2}, \ldots,$ ΔP_{2n}表示下一組 n 個觀察交易時段之報酬率，且令

$$MIN_2 = \min_{(n+1) \le k \le 2n}\left\{\Delta P_k\right\} \quad \text{且} \quad MAX_2 = \max_{(n+1) \le k \le 2n}\left\{\Delta P_k\right\}$$

依此程序進行取樣，我們可得下列各有N個觀測值之兩組極端值資料：

$$MIN_1,\ MIN_2, \ldots,\ MIN_N \quad \text{和} \quad MAX_1,\ MAX_2, \ldots,\ MAX_N$$

其中 $MIN_i = \min_{(i-1)*n+1 \le k \le i*n} \{\Delta P_k\}$ 且 $MAX_i = \max_{(i-1)*n+1 \le k \le i*n} \{\Delta P_k\}$ $i = 1,2,\ldots,N$。

令 $MIN_{[1]} \le MIN_{[2]} \le \ldots \le MIN_{[N]}$ 表示 $\{MIN_i\}_{i=1}^{N}$ 由小至大排序後的有序統計量 (order statistics)，且令 F_{MIN} 表示 MIN_i 之累積機率分配。一般因爲 ΔP_i 的分配未知，所以很難得出 F_{MIN} 的真實分配。惟對於足夠大的 n，我們可以透過極限分配 (limiting distribution) 來近似 F_{MIN} 的分配 (參見 Gnedenko, 1943)：

$$F_{MIN}(x) \approx 1 - \exp\left[-\left(1 + \alpha_0 \frac{x - \alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_0}} \right] \quad \textbf{(1)}$$

另外，令 $MAX_{[1]} \le MAX_{[2]} \le \ldots \le MAX_{[N]}$ 表示 $\{MAX_i\}_{i=1}^{N}$ 由小至大排序後的有序統計量，且令 F_{MAX} 表示 MAX_i 之累積機率分配。如上所述，對於足夠大的 n，我們可以下列的極限分配來近似 F_{MAX} 的真實分配：

$$F_{MAX}(x) \approx \exp\left[-\left(1 - \beta_0 \frac{x - \beta_2}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{\beta_0}} \right] \quad \textbf{(2)}$$

在上述 F_{MIN} 和 F_{MAX} 的近似式中，參數 α_0 和 β_0 爲決定 F_{MIN} 及 F_{MAX} 爲何種分配之尾部指標 (tail index)，其型態如下：

1. $\alpha_0 = 0$ (和 $\beta_0 = 0$) 對應於雙指數的 (double exponential) Gumbel 分配，代表原始報酬率分配之尾部如常態分配一般。
2. $\alpha_0 < 0$ (和 $\beta_0 < 0$) 對應於 Fréchet 分配，代表原始報酬率爲厚尾分配。
3. $\alpha_0 > 0$ (和 $\beta_0 > 0$) 對應於 Weibull 分配，代表原始報酬率之分配爲細尾 (thin tail) 分配。

而 α_2 和 β_2 分別代表位置參數 (location parameter)；α_1 和 β_1 代表尺度參數 (scale parameter)。

不過以極限分配來近似 F_{MIN} 和 F_{MAX} 的效果良莠，則決定於 n 值的大小取決，而 n 值的大小則受到報酬率 ΔP 值之波動性的影響，若 ΔP 的波動性愈小，則需較大的 n 值 (即較大的時間涵蓋面資料) 方能有效顯現出極端值的特性，如此極限分配即能對 F_{MIN} 和 F_{MAX} 有較佳的近似效果；反之，若 ΔP 的波

動性大，則僅需較小的時間涵蓋面資料，即能有效顯現出極端值的特性。很可惜的是，有關適當 n 值的決定問題，至目前爲止尙無相關文獻對此一主題進行探討。

有關參數 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 估計的數學推導過程，請見附錄一。透過參數 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 的估計後，即可求得 ML^{long} 與 ML^{short} 即持有買權賣方與賣權賣方之保證金水準。而 π^{long} 和 π^{short} 則分別代表多頭與空頭部位持有者之違約機率 (參見 Longin, 1999)：

$$ML^{long} = -\alpha_2 + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right) \times \left\{ 1 - \left[-\ln\left(1-\pi^{long}\right)\right]^{\alpha_0} \right\} \quad \textbf{(3)}$$

且

$$ML^{short} = \beta_2 + \left(\frac{\beta_1}{\beta_0}\right) \times \left\{ 1 - \left[-\ln\left(1-\pi^{short}\right)\right]^{\beta_0} \right\} \quad \textbf{(4)}$$

利用估計參數 $\hat{\alpha}_0$、$\hat{\alpha}_1$ 和 $\hat{\alpha}_2$ 分別表示 α_0、α_1 和 α_2 之最小平方估計量[4]，及 $\hat{\beta}_0$、$\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 分別表示 β_0、β_1 和 β_2 之最小平方估計量，則由方程式(5)和(6)，我們可得 ML^{long} 和 ML^{short} 之估計量爲

$$M\hat{L}^{long} = -\hat{\alpha}_2 + \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_0}\right)\left\{1 - \left[-\ln\left(1-\pi^{long}\right)\right]^{\hat{\alpha}_0}\right\} \quad \textbf{(5)}$$

$$M\hat{L}^{long} = -\hat{\beta}_2 + \left(\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\alpha}_0}\right)\left\{1 - \left[-\ln\left(1-\pi^{short}\right)\right]^{\hat{\beta}_0}\right\} \quad \textbf{(6)}$$

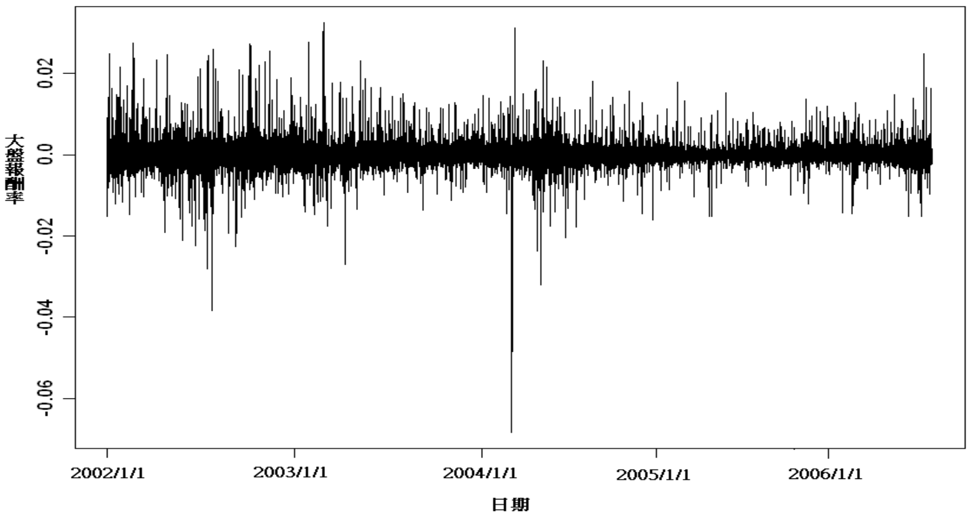
---

[4] 由於在估計參數的方法上可運用最小平方法與最大概似法進行估計，而本文即遵照周建新、于鴻福、廖盈秋 (2004) 之研究方法，以最小平方法來估計極端值分配之三個參數。此外，作者亦針對最大概似法進行參數的估計，結果發現不管用最大概似法與最小平方法，其所估計之參數結果，事實上十分相近。受限於篇幅，在此僅呈現最小平方法估計之結果。

肆· 實證分析與結果

一、樣本資料

本文以台灣加權股價指數日內五分鐘資料，估計台股指數選擇權之保證金水準，並探討不同違約機率對保證金水準之影響。由於台股指數選擇權自 90 年 12 月 24 日才開始上市，故為取得相對應之資料，採用 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日之台灣加權股價指數日內五分鐘資料[5]，研究期間內共 60,048 的觀察值個數，資料來源為台灣經濟新報資料庫。圖一為大盤報酬率每五分鐘變化趨勢圖，其中正報酬率資料，較負報酬資料為多[6]。



註：以 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日為止，台灣加權股價指數日內五分鐘資料，研究期間內共 60,048 的觀察值個數。

圖一　台灣加權股價指數日內五分鐘資料報酬變化趨勢圖

在本文研究期間，台灣期交所曾多次調整台股指數選擇權保證金，為方便與實證結果作比較，表二為研究期間中結算保證金調整情形，及風險保證金 *A* 值佔結算保證金的比例。

---

5 台灣加權股價指數每五分鐘價格資料係作者由每檔價格資料庫中，自行整理而得。其中，台灣加權股價指數為除權息調整後的加權指數資料。

6 本文針對 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日之台灣加權股價指數日內五分鐘資料的股票報酬率進行常態性檢定，並透過 Jarque-Bera 檢定值來判斷報酬率的分配是否為常態性分配，檢定結果 Jarque-Bera 值為 15203314，其 P-Value 值為 0，顯著拒絕報酬率為常態分配之假設。

表二　台股指數選擇權保證金調整一覽表

變動日期	結算保證金		當日大盤指數收盤價	契約價值=大盤指數×50	結算保證金比例 A 值/契約價值
	A 值	*B* 值			
2001/12/24	15000	8000	5163	258150	0.0581
2002/07/31	13000	7000	4941	247050	0.0526
2003/05/09	11000	6000	4245	212250	0.0518
2003/07/31	14000	7000	5410	270500	0.0518
2004/02/20	17000	9000	6814	340700	0.0499
2004/10/27	15000	8000	5962	298100	0.0503
2005/04/15	15000	8,000	5888	294400	0.0509
2006/04/20	18000	9000	7102	355100	0.0506
平均值	0.0520				

註:表中數值 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日間結算保證金的變動情形與 A 值佔結算保證金的比例。

二、選取極端值建構樣本

令 $MIN_{[i]}$ 爲排序後台灣加權股價指數以日內 5 分鐘資料，在不同的取樣交易時段數目(n)之指數變動幅度的最小值；$MAX_{[i]}$ 爲在不同的取樣交易時段數目(n)下，指數變動幅度的最大值。由於 n 值多大，並無文獻提供一致的定論，因此在實際情形及研究目的考量下，取 n 爲 10, 20, 30, 60, 90, 120,180 等 7 種不同的樣本區間，比較極值分配對台灣加權股價指數的 F_{MIN} 和 F_{MAX} 的近似效果。表三爲不同 n 值下，極端值資料的個數。

表三　不同 n 值下，極端值資料之個數

取樣交易時段數目(n)	台灣加權股價指數
10	6,004
20	3,002
30	2,001
60	1,000
90	667
120	500
180	333

註：表中數值爲 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日研究期間中，不同交易時段數目下，台灣加權股價指數的樣本個數。

三、利用迴歸模式估計未知參數（α_0，α_1，α_2）和（β_0，β_1，β_2）

表四　日內資料之台灣加權股價指數參數估計值

n 值	參數	多頭部位 (MIN)	空頭部位 (MAX)
n=10	(α_0,β_0)	-0.3777** (0.0000)	-0.3789** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0008** (0.0000)	0.0009** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0012** (0.0000)	0.0013** (0.0000)
n=20	(α_0,β_0)	-0.3759** (0.0000)	-0.3354** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0010** (0.0000)	0.0009** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0017** (0.0000)	0.0019** (0.0000)
n=30	(α_0,β_0)	-0.3380** (0.0000)	-0.2693** (0.0001)
	(α_1,β_1)	0.0012** (0.0000)	0.0016** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0021** (0.0000)	0.0025** (0.0000)
n=60	(α_0,β_0)	-0.3246** (0.0000)	-0.2205** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0016** (0.0000)	0.0024** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0030** (0.0000)	0.0039** (0.0000)
n=90	(α_0,β_0)	-0.3258** (0.0000)	-0.2411** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0019** (0.0000)	0.0028** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0035** (0.0000)	0.0047** (0.0000)
n=120	(α_0,β_0)	-0.3106** (0.0000)	-0.2110** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0021** (0.0000)	0.0032** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0040** (0.0000)	0.0056** (0.0000)
n=180	(α_0,β_0)	-0.2553** (0.0000)	-0.1715** (0.0000)
	(α_1,β_1)	0.0027** (0.0000)	0.0037** (0.0000)
	(α_2,β_2)	-0.0048** (0.0000)	0.0069** (0.0000)

註：1.本文以非線性最小平方法估計參數，$\hat{\alpha}_i,\hat{\beta}_i$ 分別代表多頭部位與空頭部位所估計之參數值，其餘依此類推。

2. *代表在示在 0.05 的顯著水準下，所得之估計結果爲顯著；**代表在示在 0.01 的顯著水

準下，所得之估計結果爲顯著。

本文在進行非線性迴歸模型的實證上，採用高斯-牛頓法來估算下列六個參數值：α_0 和 β_0 (尾部指數)、α_1 和β_1 (尺度參數)、α_2 和β_2 (位置參數)，大盤指數報酬分配之結果整理如表四所示。表四中可以發現，不管 n 值大小，大盤指數報酬分配之尾部指數值，皆小於 0，此表示極值分配是屬於 Fréchet 分配，此一結果與 Mandelbrot (1963)、Boothe and Glassman (1987) 等實證結論相同，顯示台灣加權股價指數報酬率資料，不爲常態分配，且具厚尾現象。這代表目前期交所在假設大盤報酬率資料爲常態分配下，利用變異數-共變異數法，來設定保證金水準，並不符合實際情形，且無法求得合適之保證金水準。

四、給定違約機率(τ)，以求得對應之保證金

將違約機率設定爲 0.0015 至 0.025，其中違約機率 0.0015 代表涵蓋 99.7% 價格波動、0.003 代表涵蓋 99.4%價格波動、0.005 代表涵蓋 99%價格波動，且 0.025 代表涵蓋 95%價格波動，並將所估計的參數值帶入方程式(7)、(8)，即可得多頭部位持有者與空頭部位持有者二種不同部位的保證金額度。此一結果如表五所示。

從表五中可以發現以下四點結論：(1)以目前實際情形而言，在涵蓋 99.7% 價格波動，即違約機率 0.0015 下，依 Longin (1999) 之作法，所估計出的理論保證金水準，和目前實際的選擇權平均保證金水準 5.20%相較，均呈現較低的狀況。顯示實際選擇權平均保證金水準有高估的現象。其中，在 n=10 時，多空部位的保證金水準分別爲 2.5591%與 2.8169%，偏離實際的選擇權平均保證金水準較大；而在 n=90 時，多空部位的保證金水準分別爲 4.7995%與 4.9415%；在 n=180 時，多空部位的保證金水準分別爲 5.1183%與 5.1932%。因此在違約機率 0.0015 下，取樣交易時段數目 (n) 若設定在 90~180 間，則研究期間所估計出的理論保證金水準，將與實際之平均保證金水準 5.20%，差異最爲接近。(2)應用極端值理論估算選擇權保證金水準，取樣交易時段數目(n)與違約機率可以作爲保證金制定機構之政策工具。亦即，若保證金制定機構站在較嚴密的風險控管角度上，將違約機率設定較小，則理論上就應該收取較高之保證金水準；相反的，爲增加選擇權交易市場的活絡性，違約機率可稍微放寬，則結算保證金水準可以再調降。(3)經由極值理論估算選擇權之理論保證金發現，隨著欲涵蓋價格波動範圍之增加 (亦即 n 值越大)，其保證金水

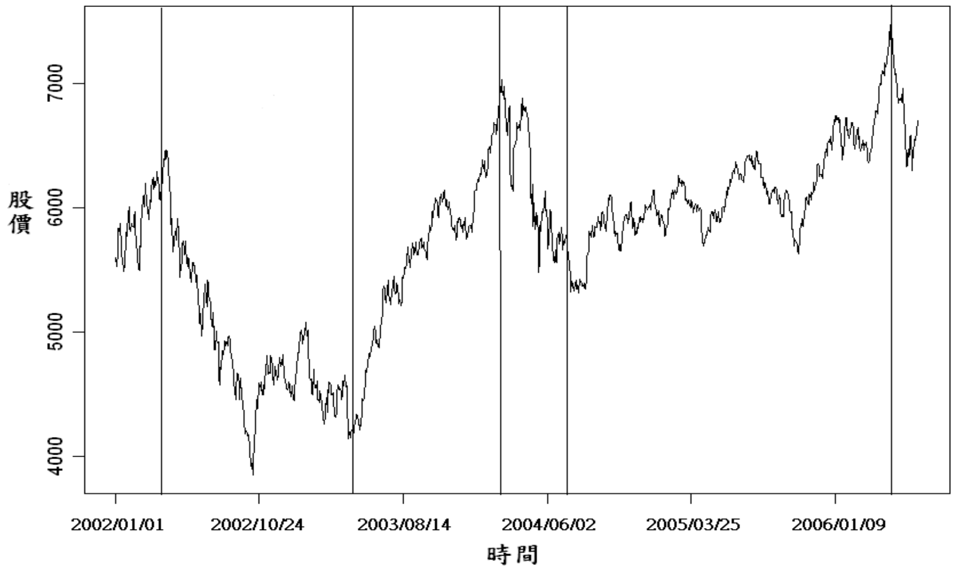
準亦會隨之提升，此乃因為增加取樣交易時段的數目 (n)，較能掌握較大極端值之變動的緣故。(4)如果大盤指數變動兩尾之極值行為是相同或對稱，則多空雙方應採用相同之保證金水準，但期貨價格變動之極值行為是不相同或不對稱，則應根據不同之持有部位，來設定其保證金水準。實證結果為選擇權空頭部位 (sell a call) 須要較選擇權多頭部位 (sell a put)，收取較多之保證金，此一結果可反應出此研究期間下，股市多頭的走勢將較空頭走勢明顯，其結果可由圖二股價走勢圖看出端倪，因為在此研究期間中，股市大多呈現向上的趨勢。。

表五　以日內五分鐘資料設算之台股指數選擇權之理論保證金水準

	違約機率	多頭部位 (MIN)	空頭部位 (MAX)
n=10	0.0015	2.5591%	2.8169%
	0.0030	1.9460%	2.1391%
	0.0050	1.5863%	1.7417%
	0.0100	1.1966%	1.3115%
n=20	0.0015	3.1008%	3.1829%
	0.0030	2.3658%	2.4835%
	0.0050	1.9342%	2.0626%
	0.0100	1.4660%	1.5948%
n=30	0.0015	3.1712%	3.1801%
	0.0030	2.4769%	2.5767%
	0.0050	2.0595%	2.1985%
	0.0100	1.5965%	1.7614%
n=60	0.0015	3.9731%	3.8818%
	0.0030	3.1315%	3.2316%
	0.0050	2.6215%	2.8119%
	0.0100	2.0512%	2.3123%
n=90	0.0015	4.7995%	4.9415%
	0.0030	3.7777%	4.0723%
	0.0050	3.1589%	3.5182%
	0.0100	2.4675%	2.8667%
n=120	0.0015	4.9990%	5.1522%
	0.003	3.9715%	4.3142%
	0.005	3.3436%	3.7702%
	0.01	2.6355%	3.1190%
n=180	0.0015	5.1183%	5.1932%
	0.0030	4.1898%	4.4420%
	0.0050	3.6031%	3.9425%
	0.0100	2.9190%	3.3302%

註：1.表中數值為在不同的違約機率之下，多頭部位與空頭部位的理論保證金水準。

2.研究期間爲 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日爲止。



註：以 2002 年 1 月 1 日至 2006 年 6 月 30 日爲止，台灣加權股價指數日資料，研究期間內共 1114 的觀察值個數。

圖二　台灣加權股價指數日價格資料的趨勢圖

伍.　結論與建議

本文利用極端值理論來估計國內之台股指數選擇權之保證金水準，並以日內 5 分鐘大盤指數報酬資料，來克服樣本數不足將降低極端值分配的近似效果、與參數估計精確度的問題。在研究方法上，本文利用高斯-牛頓法來估計極值模型參數，同時針對 7 種不同之極端值取樣的交易時段數 (*n*)，求算出選擇權之保證金水準。經由實證分析後主要發現：(1)大盤指數報酬分配呈現厚尾的 Fréchet 分配；而針對賣出單一部位選擇權所估算之結算保證金，會隨著交易時段數 (*n*) 值越大，其保證金水準亦會隨之提升，此乃因爲增加取樣交易時段的數目，較能掌握較大極端值之變動的緣故；(2)如果大盤指數變動兩尾之極端值行爲是相同或對稱，則多空雙方應採用相同之保證金水準，但指數變動之極端值行爲是不相同或不對稱，則應根據不同之持有部位，來設定其保證金水準；(3)以目前實際情形而言，在涵蓋 99.7%價格波動，即違約機率 0.0015

下，取樣交易時段數目（n）若設定在 90~180 間，則研究期間所估計出的理論保證金水準，將與實際之平均保證金水準 5.20%，差異最為接近。

本文提出一套設計選擇權單一部位保證金水準之架構，利用極端值理論估算最適之保證金水準，計算過程可以納入取樣交易時段數目與違約機率等風險考量因素，進入調整選擇權結算保證金機制之中，不僅可以提供期貨主管機關制定相關決策之參考，未來並可以提供保證金制定機構制定合理之保證金水準之依據。在後續研究方面，建議可針對價差部位、跨式及勒式部位及選擇權與期貨混合部位，建立一設計保證金水準之模型。

參考文獻

周恆志、曹懋鍇，「極端值理論於指數期貨保證金設定上之應用」，*亞太社會科技學報*，第 4 卷，第 1 期，2004 年，頁 69-94。

周建新、于鴻福、廖盈秋，「極值理論與台股指數期貨合理保證金之估計」，*交大管理學報*，第 24 卷，第 1 期，2004 年，頁 23-52。

周建新、于鴻福、廖盈秋，「價格限制與台股指數期貨保證金之估計」，*中華管理學報*，第 6 卷，第 1 期，2005 年，頁 37-56。

洪仁杰、謝金星、蔡佩玲，「大宗穀物期貨投資組合 VaR 之衡量-結合 GARCH 與極端值理論模型之應用」，第六屆永續發展管理研討會論文集，2004 年，頁 385-392。

莊士德，「論選擇權保證金計算制度及比較」，*臺灣期貨市場*，第 2 卷，第 3 期，2000 年，頁 28-38。

陳柏翰，「價格極端波動下之謹慎保證金政策」， 國立中央大學財務金融研究所碩士論文，2002 年。

蔡莉芸，「台灣期貨保證金合理性之分析」，*企銀報導*，第 20 卷，第 2 期，2002 年，頁 18-29。

劉德明，「論期貨、期貨選擇權與選擇權期貨之保證金制度」，*證券市場發展季刊*，第 17 卷，第 1 期，1993 年，頁 1-18。

謝秀虹，「台灣期貨市場保證金水準設定之研究」，國立高雄第一科技大學財務管理研究所碩士論文，2002 年。

Bernake, B., "Clearing and Settlement During the Crash", *Review of Financial Studies*, (3), 1990, pp. 133-151.

Booth, G. G., Broussard, J. P., Martikainen, T. and Puttonen, V., "Prudent Margin Levels in the Finnish Stock Index Market", *Management Science*, (43), 1997, pp. 1177-1188.

Brennan, M. J., "A Theory of Price Limits in Futures markets", *Journal of Financial Economics*, (16), 1986, pp. 213-223.

Broussard, J. P. and Booth, G. G., "The Behavior of the Extreme Values in Germany's Stock Index Futures: An Application to Intradaily Margin Setting", *European Journal of Operational Research*, (104), 1998, pp. 393-402.

Broussard, J. P., "Extreme Value and Margin Setting With and Without Price Limits", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, (41), 2001, pp. 365-385.

Boothe, P. and Glassman, P. D., "The Statistical Distribution of Exchange Rates", *Journal of International Economics*, (22), 1987, pp.297-319

Cotter, J., "Margin Exceedences for European Stock Index Futures Using Extremes Value Theory", *Journal of Banking and Finance*, (25), 2001, pp. 1475-1502.

Dewachter, H. and Gielen, G., "Setting Futures Margins: the Extremes Approach", *Applied Financial Economics*, (9), 1999, pp. 173-181.

Figlewski, S., "Margins and Market Integrity: Margin Setting for Stock Index Futures and Options", *The Journal of Futures Markets*, (4), 1984, pp. 385-416.

Ghose, D. and Kroner, K.F., "The Relationship Between GARCH and Symmetric Stable Distributions: Finding the Source of Fat Tails in the Financial Data", *Journal of Empirical Finance*, (2), 1995, pp. 225-251.

Gnedenko, B. V., "Sur La Distribution Limited U Terme Maximum D'une Serie Aleatoire", *Annals of Mathematics*, (44), 1943, pp. 423-453.

Hartzmark, M., "The Effect of Changing Margin Levels on Futures Market Activity, the Composition of Traders in the Market, and Price Performance", *Journal of Business*, (59), 1986, pp. 147-180.

Hill, B.M., "A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution", *Annals of Statistics*, (3), 1975, pp. 1163-1174.

Huisman, R., Koedijk, K.G. and Pownall, R. A. J., "VaR-x: Fat Tails in Financial Risk Management", *Journal of Risk*, Vol.1(1), 1998, pp. 47-61.

Hunter, W. C., "Rational Margins on Futures Contracts: Initial Margins", Review of Research in Futures Markets, (5), 1986, pp.160-173.

Kofman, P., "Optimizing Futures Margins with Distribution Tails", *Advances in Review of Futures Markets*, (19), 1993, pp. 127-152.

Login, F. M., "Optimal Margins in Futures Markets: A Parametric Extreme-based Approach", Proceeding, Ninth Chicago Board of Trade Conference on Futures and Options, Bonn, 1995.

Longin, F.M., "The Asymptotic Distribution of Extreme Returns", *Journal of Business*, (69), 1996, pp. 383-408.

Longin, F.M., "Optimal Margin Level in Futures Markets: Extreme Price Movements", *The Journal of Futures Markets*, (19), 1999, pp. 127-152.

Mandelbrot, B., "New Methods in Statistical Economics", *Journal of Political Economy*, (71), 1963, pp. 421-440.

Telser, L. G., "Margins and Futures Contracts", *The Journal of Futures Markets*, (1), 1981, pp. 127-152.

Tsay, R. S., "Analysis of Financial Time Series", Wiley, New York, 2001.

Warshawsky, M. J., "The Adequacy and Consistency of Margin Requirements: The Cash, Futures, and Options Segments of the Equity Markets", *Review of Futures Markets*, (8), 1989, pp. 420-437.

附錄一 參數 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 估計的數學推導過程

在參數$(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$估計的估計上，由有序統計量之性質可知，

$$\mathrm{E}\left[F_{MIN}\left(MIN_{[i]}\right)\right]=\frac{i}{N+1}\approx \mathrm{E}\left\{1-\exp\left[-\left(1+\alpha_0\left(\frac{MIN_{[i]}-\alpha_2}{\alpha_1}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha_0}}\right]\right\}, \mathbf{1\leq \mathit{i} \leq \mathit{N}} \quad \mathbf{(1)}$$

且

$$\mathrm{E}\left[F_{MAX}\left(MAX_{[i]}\right)\right]=\frac{i}{N+1}\approx \mathrm{E}\left\{\exp\left[-\left(1-\beta_0\left(\frac{MAX_{[i]}-\beta_2}{\beta_1}\right)\right)^{\frac{1}{\beta_0}}\right]\right\}, \mathbf{1\leq \mathit{i} \leq \mathit{N}} \, \mathbf{(2)}$$

由上述方程式(1)、(2)取二次自然對數，其過程如下：

$$\frac{i}{N+1}=1-\exp\left[-\left(1+\alpha_0\left(\frac{MIN_{[i]}-\alpha_2}{\alpha_1}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha_0}}\right]+\varepsilon_i$$

$$\frac{N+1-i}{N+1}=\exp\left[-\left(1+\alpha_0\left(\frac{MIN_{[i]}-\alpha_2}{\alpha_1}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha_0}}\right]+\varepsilon_i$$

$$\ln\left(\frac{N+1-i}{N+1}\right)=-\left(\frac{\alpha_1+\alpha_0(MIN_{[i]}-\alpha_2)}{\alpha_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_0}}+\varepsilon_i$$

$$\ln\left[-\ln\left(\frac{N+1-i}{N+1}\right)\right]=\frac{1}{\alpha_0}\times\left[\ln\left(\alpha_1+\alpha_0\left(MIN_{[i]}-\alpha_2\right)\right)-\ln\alpha_1\right]+\varepsilon_i$$

最後可得到

$$\ln\left[-\ln\left(\frac{N+1-i}{N+1}\right)\right]=-\frac{1}{\alpha_0}\ln\alpha_1+\frac{1}{\alpha_0}\left[\ln\left(\alpha_1+\alpha_0\left(MIN_{[i]}-\alpha_2\right)\right)\right]+\varepsilon_i \qquad \textbf{3)}$$

同理，將關係式取二次自然對數，可得

$$\ln\left[-\ln\left(\frac{i}{N+1}\right)\right]=-\frac{1}{\beta_0}\ln\beta_1+\frac{1}{\beta_0}\ln\left[\beta_1-\beta_0\left(MAX_{[i]}-\beta_2\right)\right]+\varepsilon_i \ \textbf{(4)}$$

如此，$(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 即可以下列最小平方式來估計：

Minimize

$$\sum_{i=1}^{N}\left\{\ln\left[-\ln\left(\frac{N+1-i}{N+1}\right)\right]-\left\{-\frac{1}{\alpha_0}\ln\alpha_1+\frac{1}{\alpha_0}\ln\left[\alpha_1+\alpha_0\left(MIN_{[i]}-\alpha_2\right)\right]\right\}\right\}^2 \qquad \textbf{(5)}$$

和

Minimize

$$\sum_{i=1}^{N}\left\{\ln\left[-\ln\left(\frac{i}{N+1}\right)\right]-\left\{-\frac{1}{\beta_0}\ln\beta_1+\frac{1}{\beta_0}\ln\left[\beta_1-\beta_0\left(MAX_{[i]}-\beta_2\right)\right]\right\}\right\}^2 \qquad \textbf{(6)}$$

在上述兩個非線性迴歸參數 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 的估計上，本文將仿照周建新、于鴻福、廖盈秋 (2004) 所提出的方法，先以二階泰勒展開來近似方程式(5)、(6)中的對數函數，以求得 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 的起始估計值，然後再以高斯-牛頓法 (Gauss-Newton method) 解出 $(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ 和 $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ 的最小平方估計值。

Extreme Value Theory and the Setting of Clearing Margins on the Stock Index Option in TAIFEX

JIAN-HSIN CHOU, ZHEN-YU CHEN, YUN-HSIANG TSAI *

ABSTRACT

This paper applies the extreme value theory to set the appropriate clearing margin on the stock index option trading in TAIFEX. In order to overcome the problem caused by insufficient extreme value samples that may affect the approximation results and parameter's estimation accuracy in the distribution of extreme values. We use the 5 minutes intra-day returns of weighted stock index as the research target and employ the Gauss-Newton method to estimate the parameters in the nonlinear least square model, we then estimate the appropriate margin levels according to seven trading periods (n) and different default probability. The empirical results show that the returns of weighted stock index price follow a Fréchet extreme value distribution with fat tail characteristic. Besides, in order to cover 99.7% price fluctuation, if we set the trading periods (n) between 90 to 180, then the theoretical margin level will closely follow the actual margin level (5.20%).

Keywords: stock index option, clearing margin, extreme value theory, Gauss-Newton method

* Jian-Hsin CHOU, Associate Professor, Department of Risk Management and Insurance, National Kaohsiung First University of Science and Technology. Zhen-Yu CHEN, Doctoral Student, Institute of Management, National Kaohsiung First University of Science and Technology. Yun-Hsiang TSAI, Research Fellow, Polaris Man Financial Futures.